5. Results of experiments on development of technology and technology of production of crop production in a drought / N. K. Mazitov, R. L. Sakhapov, R. S. Rakhimov, Yu. B. Chetyrkin, F. M. Sadriyev, S.Yu. Dmitriyev, N. E. Garipov//the Report of the Russian Academy of Agricultural Sciences. 2012. No. 1. - Pp. 56-59.

6. Results of long-term comparative testing and implementation of the new equipment for handling of the soil and crops / N. K. Mazitov, R. L. Sakhapov, Ya. P. Lobachevsky, I. R. Rakhimov, L. Z. Sharafiyev, S.Yu. Dmitriyev and others//Achievements of science and technology of agrarian and industrial complex. 2016. No. 8. - Pp. 91-93.

Information about authors

1. ***Akimov Alexander Petrovitc***, Doctor of Technical Sciences, professor, Head of Department of Transport and Technological Machines and Complexes, Chuvash State Agricultural Academy, 428003, Chuvash Republic, Cheboksary, K. Marx str., 29, e-mail: akimov_mechfak@mail.ru, tel. 8-909-301-25-03;

2. ***Makushev Andrey Evgenievitch***, Candidate of Economic Sciences, Rector, Chuvash State Agricultural Academy, 428003, Chuvash Republic, Cheboksary, K. Marx street, 29, e-mail: main@academy21.ru, tel. 8- (8352) -62-23-34 ;

3. ***Mazitov Nazib Kayumovitch***, Chief Researcher of the Russian Research Institute of Mechanization and Informatization of Agrochemical Support of Agriculture, 390025, Ryazan Region, Ryazan, Shchors Street, 38/11, e-mail: mazitov.nazib@yandex.ru, Phone: 8-(4912)-92-46-31;

4. ***Sorokin Nikolai Timofeevitch***, Doctor of Economics, Director of the Russian Scientific Research Institute of Mechanization and Informatization of Agricultural Agrochemical Support, 390025, Ryazan Region, Ryazan, Shchors Street, 38/11, e-mail: n.sorokin.vnims13 @ Yandex.ru, Phone: 8- (4912) -98-56-89;

5. ***Sharafiev Lenar Zufarovitch***, Candidate of Economic Sciences, Doctoral Student of Kazan State Agrarian University, 420015, Republic of Tatarstan, Kazan, K. Marx street, 65, Phone: 8- (951) -89-38-091.

УДК: 539.3

К ВОПРОСУ ОПРЕДЕЛЕНИЯ НАПРЯЖЕННОГО СОСТОЯНИЯ МАССИВА ИЗ СЫПУЧЕЙ СРЕДЫ

А.Н. Максимов
Чувашская государственная сельскохозяйственная академия
428003, Чебоксары, Российская Федерация

Аннотация. *В статье приведено подробное решение задачи определения компонент напряжений в упругой и пластической областях для одного из трех случаев, удовлетворяющих условию полной пластичности для сжимаемого пространства, ослабленного полостями.*

Ключевые слова: *напряжения; пластичность; упругость; полость.*

В практике горного дела, строительной механике и других смежных областях важное место имеет определение напряженного и деформированного состояния массива вокруг полостей и выемок. Свойства массива могут быть самыми разнообразными от хрупких и упругих свойств скальных пород до сред с различными реологическими свойствами, характеризуемыми изменениями свойств среды во времени и т.п.

Целью работы является исследование напряженного состояния идеальнопластического сжимаемого массива, ослабленного полостью. Впервые задача о трехосном растяжении несжимаемого упругопластического пространства со сферической полостью рассмотрена Т. Д. Семыкиной [10]. Позднее это решение обсуждалось в монографии Б. Д. Аннина и Г.П. Черепанова [1]. В. Г. Ефремов [2], [5] и А. Н. Максимов [5] рассмотрели пространство со сферической и эллипсоидальной полостями в случае несжимаемого упругопластического материала.

В задаче рассматривается массив из сыпучей среды, обладающей свойствами внутреннего трения и сцепления. Условие предельного состояния сыпучей среды выбрано в виде [9]. В постановке задачи массив ослаблен полостью. Давление внутри полости отсутствует, а на бесконечности приложены взаимно-перпендикулярные усилия. При решении задачи использован метод малого параметра. Задача решена в сферической системе координат, в безразмерных единицах длины (величины, имеющие размерность длины отнесены к радиусу сферической полости ρ_0).

Для решения задачи используем уравнения равновесия [3]:

$$\frac{\partial\sigma_\rho}{\partial\rho}+\frac{1}{\rho}\frac{\partial\tau_{\rho\theta}}{\partial\theta}+\frac{1}{\rho\sin\theta}\frac{\partial\tau_{\rho\varphi}}{\partial\varphi}+\frac{1}{\rho}(2\sigma_\rho-\sigma_\theta-\sigma_\varphi+\tau_{\rho\theta}\operatorname{ctg}\theta)=0,$$
$$\frac{\partial\tau_{\rho\theta}}{\partial\rho}+\frac{1}{\rho}\frac{\partial\sigma_\theta}{\partial\theta}+\frac{1}{\rho\sin\theta}\frac{\partial\tau_{\theta\varphi}}{\partial\varphi}+\frac{1}{\rho}((\sigma_\theta-\sigma_\varphi)\operatorname{ctg}\theta+3\tau_{\rho\theta})=0, \qquad (1)$$
$$\frac{\partial\tau_{\rho\varphi}}{\partial\rho}+\frac{1}{\rho}\frac{\partial\tau_{\theta\varphi}}{\partial\theta}+\frac{1}{\rho\sin\theta}\frac{\partial\sigma_\varphi}{\partial\varphi}+\frac{1}{\rho}(3\tau_{\rho\varphi}+2\tau_{\theta\varphi}\operatorname{ctg}\theta)=0.$$

Условия пластичности Треска-Сен-Венана [4] с учетом условия предельного состояния сыпучей среды [9]:

$$\left(\sigma_\rho-\sigma+\frac{2}{3}(k_0+a\sigma)\right)\left(\sigma_\theta-\sigma+\frac{2}{3}(k_0+a\sigma)\right)-\tau^2{}_{\rho\theta}=0,$$
$$\left(\sigma_\theta-\sigma+\frac{2}{3}(k_0+a\sigma)\right)\left(\sigma_\varphi-\sigma+\frac{2}{3}(k_0+a\sigma)\right)-\tau^2{}_{\theta\varphi}=0, \tag{2}$$
$$\left(\sigma_\varphi-\sigma+\frac{2}{3}(k_0+a\sigma)\right)\left(\sigma_\rho-\sigma+\frac{2}{3}(k_0+a\sigma)\right)-\tau^2{}_{\rho\varphi}=0,$$

а также

$$\left(\sigma_\rho-\sigma+\frac{2}{3}(k_0+a\sigma)\right)\tau_{\theta\varphi}=\tau_{\rho\theta}\tau_{\rho\varphi},$$
$$\left(\sigma_\varphi-\sigma+\frac{2}{3}(k_0+a\sigma)\right)\tau_{\rho\theta}=\tau_{\rho\varphi}\tau_{\theta\varphi}, \tag{3}$$
$$\left(\sigma_\theta-\sigma+\frac{2}{3}(k_0+a\sigma)\right)\tau_{\rho\varphi}=\tau_{\rho\theta}\tau_{\theta\varphi},$$

где k_0 - коэффициент сцепления, $a=tg\alpha$ - коэффициент внутреннего трения, α - угол внутреннего трения.

Граничные условия:

$$\sigma_\rho l+\tau_{\rho\theta}m+\tau_{\rho\varphi}n=P_\rho,$$
$$\tau_{\rho\theta}l+\sigma_\theta m+\tau_{\theta\varphi}n=P_\theta, \tag{4}$$
$$\tau_{\rho\varphi}l+\tau_{\theta\varphi}m+\sigma_\varphi n=P_\varphi,$$

где $\sigma_\rho,\tau_{\rho\theta}....$ - компоненты девиатора напряжения, l, m, n – направляющие косинусы нормали, P_ρ, P_θ, P_φ - проекции усилий на оси ρ,θ,φ, $\sigma=(\sigma_\rho+\sigma_\theta+\sigma_\varphi)/3$ - среднее давление.

Компоненты напряжения представим в виде рядов по малому параметру δ:

$$\sigma_\rho=\sigma^0{}_\rho+\delta\sigma'_\rho,\sigma_\theta=\sigma^0{}_\theta+\delta\sigma'_\theta,\sigma_\varphi=\sigma^0{}_\varphi+\delta\sigma'_\varphi,$$
$$\tau_{\rho\theta}=\tau^0{}_{\rho\theta}+\delta\tau'_{\rho\theta},\tau_{\rho\varphi}=\tau^0{}_{\rho\varphi}+\delta\tau'_{\rho\varphi},\tau_{\theta\varphi}=\tau^0{}_{\theta\varphi}+\delta\tau'_{\theta\varphi}. \tag{5}$$

Условия пластичности (2) и (3) могут быть удовлетворены в трех случаях. Случай, соответствующий сферической полости был рассмотрен в [6] и [8].

В работе представлено подробное решение задачи, соответствующей случаю:

$$\sigma^0{}_\rho-\sigma^0+\frac{2}{3}(k_0+a\sigma^0)=0,$$
$$\sigma^0{}_\theta-\sigma^0+\frac{2}{3}(k_0+a\sigma^0)=0, \tag{6}$$
$$\sigma^0{}_\varphi-\sigma^0+\frac{2}{3}(k_0+a\sigma^0)\neq 0.$$

Краткое решение задачи было рассмотрено в [7].

Решая совместно (6) и (2), получим:

$$\sigma^0{}_\theta=\sigma^0{}_\rho,\tau^0{}_{\rho\theta}=\tau^0{}_{\rho\varphi}=\tau^0{}_{\theta\varphi}=0. \tag{7}$$

Тогда (6) с учетом (8) примет вид:

$$\sigma^0=(2\sigma^0{}_\rho+\sigma^0{}_\varphi)/3. \tag{8}$$

Решая совместно (7) и (9), получим:

$$\sigma^0{}_\rho=\sigma^0{}_\varphi/A+D, \tag{9}$$

где $A=(3+4a)/(3-2a),D=-6k_0/(3+4a).$

Уравнения равновесия (1) с учетом (7) примут вид:

$$\frac{\partial\sigma^0{}_\rho}{\partial\rho}+\frac{1}{\rho}(\sigma^0{}_\rho-\sigma^0{}_\varphi)=0,\frac{\partial\sigma^0{}_\varphi}{\partial\varphi}=0,\frac{\partial\sigma^0{}_\rho}{\partial\theta}+(\sigma^0{}_\rho-\sigma^0{}_\varphi)\operatorname{ctg}\theta=0. \tag{10}$$

Решая совместно (10) и (9), получим для компонент нормального напряжения в нулевом приближении в пластической области:

$$\sigma^{0p}{}_{\theta} = \sigma^{0p}{}_{\rho} = (c(\rho\sin\theta)^{\frac{6a}{3-2a}} - k_0)/a, \sigma^{0p}{}_{\varphi} = A\sigma^{0p}{}_{\theta} - AD, \qquad (11)$$

где c-const, A и D определены выше.

Решая совместно (6), (7) и линеаризированные условия пластичности (2), получим:

$$\sigma'_{\rho} - \sigma'\left(1-\frac{2}{3}a\right) = 0, \sigma'_{\theta} - \sigma'\left(1-\frac{2}{3}a\right) = 0. \qquad (12)$$

Тогда

$$\sigma'_{\rho} = \sigma'_{\theta}. \qquad (13)$$

$$\sigma' = (2\sigma'_{\rho} + \sigma'_{\varphi})/3. \qquad (14)$$

Решая совместно (12) и (14), получим

$$\sigma'_{\varphi} = A\sigma', \qquad (15)$$

где

$$\sigma' = \sigma'_{\rho} = \sigma'_{\theta}, \qquad (16)$$

Решая совместно (7), (8) и линеаризированные условия пластичности (2), получим:

$$\tau'_{\rho\theta} = 0. \qquad (17)$$

Уравнения равновесия (2) с учетом (16), (17) примут вид:

$$\begin{aligned}
&\frac{\partial\sigma'}{\partial\rho} + \frac{1}{\rho\sin\theta}\frac{\partial\tau'_{\rho\varphi}}{\partial\varphi} + \frac{\sigma'}{\rho}(1-A) = 0,\\
&\frac{\partial\sigma'}{\partial\theta} + \frac{1}{\sin\theta}\frac{\partial\tau'_{\theta\varphi}}{\partial\varphi} + \sigma'(1-A)\operatorname{ctg}\theta = 0,\\
&\frac{\partial\tau'_{\rho\varphi}}{\partial\rho} + \frac{1}{\rho}\frac{\partial\tau'_{\theta\varphi}}{\partial\theta} + \frac{A}{\rho\sin\theta}\frac{\partial\sigma'}{\partial\varphi} + \frac{1}{\rho}\left(3\tau'_{\rho\varphi} + 2\tau'_{\theta\varphi}\operatorname{ctg}\theta\right) = 0.
\end{aligned} \qquad (18)$$

Для решения (18) водится функция $U(\rho,\theta,\varphi)$ таким образом, чтобы выполнялись равенства:

$$\sigma' = \frac{\partial U}{\partial\varphi}, \tau'_{\rho\varphi} = -\rho\frac{\partial U}{\partial\rho}\sin\theta - (1-A)U\sin\theta, \tau'_{\theta\varphi} = -\frac{\partial U}{\partial\theta}\sin\theta - (1-A)U\cos\theta. \qquad (19)$$

Тогда первые два уравнения (19) удовлетворяются, а последнее примет вид:

$$\rho^2\frac{\partial^2 U}{\partial\rho^2} + (5-A)\rho\frac{\partial U}{\partial\rho} + \frac{\partial^2 U}{\partial\theta^2} + (4-A)\operatorname{ctg}\theta\frac{\partial U}{\partial\theta} - \frac{A}{\sin^2\theta}\frac{\partial^2 U}{\partial\varphi^2} + \frac{2(1-A)}{\sin^2\theta}U = 0. \qquad (20)$$

Решение (20) ищется методом разделения переменных, полагая

$$U = \mathrm{R}(\rho)\times\Theta(\theta)\times\Phi(\varphi). \qquad (21)$$

Тогда для первого сомножителя (21) получим уравнение Эйлера, которое примет вид:

$$\rho^2 R'' - (A-3)\rho R' + (\lambda - 2A)R = 0. \qquad (22)$$

Решением (22) является:

$$R = \mathrm{C}_1\rho^{\chi_1} + \mathrm{C}_2\rho^{\chi_2}, \qquad (23)$$

где $\mathrm{C}_1, \mathrm{C}_2$ - константы, которые могут быть определены из граничных условий и условий сопряжения, λ будет определена ниже.

$$\chi_{1,2} = \frac{A}{2} - 2 \pm \sqrt{\left(\frac{A}{2}-2\right)^2 + \lambda}. \qquad (21)$$

Для $\Phi(\varphi)$ получим уравнение Фурье:

$$\Phi'' + \frac{m^2}{A}\Phi = 0. \tag{25}$$

Решением (25) является:

$$\Phi = \sum_{n=0}^{\infty}\sum_{m=0}^{n} \left(a_{mn}\cos\frac{m}{\sqrt{A}}\varphi + b_{mn}\sin\frac{m}{\sqrt{A}}\varphi\right), \tag{26}$$

где a_{mn}, b_{mn} - коэффициенты Фурье [6], [8].

Для $\Theta(\theta)$ получим:

$$\Theta'' - (4 - A)\operatorname{ctg}\theta\,\Theta' + (\lambda + (m^2 + 2(1 - A)) / \sin^2\theta)\Theta = 0. \tag{27}$$

Если ввести переменную , то (27) $x = \cos\theta$ приводится к обобщенному уравнению гипергеометрического типа:

$$(1 - x^2)\Theta'' + (5 - A)x\Theta' + (\lambda + (m^2 + 2(1 - A)) / (1 - x^2))\Theta = 0, \tag{28}$$

для которого $\sigma(x) = 1 - x^2, \tilde{\sigma}(x) = (\lambda(1 - x^2) + (m^2 + 2(1 - A)) / A$ омы не выше второй степени, - полином не выше первой $\tilde{\tau} = x(5 - A) / A$

Для решения (28) положим:

$$\Theta(\theta) = \varphi(x)y(x). \tag{29}$$

Тогда (28) приводится к уравнению гипергеометрического типа:

$$\sigma(x)y'' + \tau(x)y' + \mu y = 0, \tag{30}$$

где $\tau(x)$ – полином не выше первой степени, μ - const.

Функция $\varphi(x)$ ся решением дифференциального уравнения

$$\frac{\varphi'(x)}{\varphi(x)} = \frac{\Pi(x)}{\sigma(x)}, \tag{31}$$

где $\Pi(x)$ - полином не выше первой степени, вычисляется:

$$\Pi(x) = \frac{\sigma'(x) - \tilde{\tau}(x)}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{\sigma'(x) - \tilde{\tau}(x)}{2}\right)^2 - \tilde{\sigma}(x) + k\sigma(x)}. \tag{32}$$

Тогда, используя данные для $\sigma(x), \tilde{\sigma}(x), \tilde{\tau}(x)$, получим:

$$\Pi(x) = \frac{(3 - A)x}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{3 - A}{2}\right)^2 x^2 - (m^2 + 2(1 - A)) + (1 - x^2)(k - \lambda)}. \tag{33}$$

Величина k может принимать в данном случае два значения:

$$1) k = \lambda + \frac{(3 - A)^2}{4}, 2) k = \lambda + m^2 + 2(1 - A). \tag{34}$$

Тогда $\Pi(x)$ примет соответственно следующие два значения:

$$1)\ \Pi(x) = \left(\frac{x(3 - A)}{2} \pm \alpha\right), 2) \Pi(x) = x\left(\frac{3 - A}{2} \pm \alpha\right), \tag{35}$$

где $\alpha = \sqrt{(A + 1)^2 / 2 - 2m^2}.$

Умножая (30) $\rho(x)$, можно записать (30) в самосопряженном виде:

$$\left[\sigma(x)\cdot\rho(x)\cdot y'(x)\right]' + \mu\cdot\rho(x)\cdot y(x) = 0, \tag{36}$$

$\rho(x)$ удовлетворяет уравнению:

$$\left[\sigma(x)\cdot\rho(x)\right]' = \rho(x)\cdot\tau(x), \tag{37}$$

$$\tau(x) = \tilde{\tau}(x) + 2\Pi(x).$$

Найдем $\tau(x)$ при $\Pi(x)$, определяемом первым условием (35):

$$\tau(x) = -2x \pm 2\alpha. \tag{38}$$

Тогда

$$\rho(x)=\left(\frac{1+x}{1-x}\right)^{\pm\alpha}. \tag{39}$$

Найдем $\tau(x)$ при $\Pi(x)$, определяемом вторым условием (35):

$$\tau(x)=x(-2\pm 2\alpha). \tag{40}$$

Тогда

$$\rho(x)=\left(1-x^2\right)^{\mp\alpha}. \tag{41}$$

Следует отметить, что сведение уравнения (28) к уравнению гипергеометрического типа (30) может быть осуществлено несколькими способами. Эти способы зависят от выбора различных значений k и выбора различных знаков в формуле для $\Pi(x)$, которые в свою очередь приводят к различным значениям функции $\rho(x)$.

Если выбрать значение $\rho(x)=\left(1-x^2\right)^{\alpha}$, то ему будут соответствовать следующие значения k, $\Pi(x)$, $\tau(x)$:

k определяется вторым уравнением (34),

$$\Pi(x)=x\left(\frac{3-A}{2}-\alpha\right),\tau(x)=-2x(1+\alpha). \tag{42}$$

$$\varphi(x)=(1-x^2)^{\frac{A-3+2\alpha}{4}}. \tag{43}$$

Постоянная μ определяется из:

$$\mu=k+\Pi'(x)=\lambda+m^2+3,5-2,5A-\alpha. \tag{44}$$

Значения λ определяются из уравнения:

$$\mu+n\tau'(x)+n(n-1)\sigma''(x)/2=0. \tag{45}$$

Тогда, решая совместно (45), (44) и второе уравнение (34), и принимая во внимание, что $\sigma(x)=1-x^2$ найдем λ:

$$\lambda=(2\alpha+1)(n+0,5)+n^2-m^2+5A/2-4. \tag{46}$$

Тогда, решая совместно (46) и (45), получим:

$$\mu=n(n+2\alpha+1). \tag{47}$$

Подставляя $\sigma(x)$ и полученные значения μ ι $\tau(x)$ в (30), получим:

$$(1-x^2)y''-2(1+\alpha)xy'+n(n+2\alpha+1)y=0. \tag{48}$$

Решением (48) являются полиномы гипергеометрического типа $y_n(x)$, которые вычисляются формулой Родрига:

$$y_n(x)=\frac{\mathrm{B}_n}{\rho(x)}\frac{d^n}{dx^n}\left[\sigma^n(x)\cdot\rho(x)\right], \tag{49}$$

где B_n – нормировочная постоянная, которую при $\sigma(x)=1-x^2$ ıринято брать $\mathrm{B}_n=\dfrac{(-1)^n}{2^n n!}$.

Тогда, подставляя B_n, $\sigma(x)$ и $\rho(x)$, (49), получим:

$$y_n(x)=\frac{(-1)^n}{2^n n!}(1-x^2)^{-\alpha}\frac{d^n}{dx^n}\left[(1-x^2)^{n+\alpha}\right]=P_n^{(\alpha,\alpha)}(x), \tag{50}$$

где $P_n^{(\alpha,\alpha)}(x)$ - полином Якоби.

Подставляя (50) и (43) в (29), с учетом $x=\cos\theta$, получим:

$$\Theta(\cos\theta) = \sin^{(A-3)/2+\alpha}\theta \cdot \mathrm{P}_n^{(\alpha,\alpha)} \cdot (\cos\theta). \qquad (51)$$

Тогда подставляя (51), (26) и (23) в (21) для функции $U(\rho,\theta,\varphi)$ получим:

$$U = \sum_{n=0}^{\infty}\sum_{m=0}^{n}(\mathrm{C}_1\rho^{\chi_1} + \mathrm{C}_2\rho^{\chi_2})\left(\mathrm{a}_{mn}\cos\frac{m}{\sqrt{A}}\varphi + b_{mn}\sin\frac{m}{\sqrt{A}}\varphi\right)(\sin\theta)^{\frac{A-3}{2}+\alpha}\mathrm{P}_n^{(\alpha,\alpha)}(\cos\theta). \qquad (52)$$

Подставляя (52) в (19) и принимая во внимание (15), получим для первого приближения компонент напряжения в пластической области значения:

$$\begin{aligned}
&\sigma'_\rho = \sigma'_\theta = \frac{1}{\sqrt{A}}\sum_{n=0}^{\infty}\sum_{m=0}^{n}(\mathrm{C}_1\rho^{\chi_1} + \mathrm{C}_2\rho^{\chi_2})(b_{mn}\cos\frac{\mathrm{m}\varphi}{\sqrt{A}} - \mathrm{a}_{mn}\sin\frac{\mathrm{m}\varphi}{\sqrt{A}})\mathrm{m}(\sin\theta)^{\frac{A-3}{2}+\alpha}\mathrm{P}_n^{(\alpha,\alpha)}(\cos\theta),\\
&\tau'_{\rho\varphi} = -\sum_{n=0}^{\infty}\sum_{m=0}^{n}(\mathrm{C}_1\rho^{\chi_1}(\chi_1+1-A) + \mathrm{C}_2\rho^{\chi_2}(\chi_2+1-A))(\mathrm{a}_{mn}\cos\frac{\mathrm{m}\varphi}{\sqrt{A}} + b_{mn}\sin\frac{\mathrm{m}\varphi}{\sqrt{A}})(\sin\theta)^{\frac{A-1}{2}+\alpha}\times\\
&\times\mathrm{P}_n^{(\alpha,\alpha)}(\cos\theta),\\
&\tau'_{\theta\varphi} = -\sum_{n=0}^{\infty}\sum_{m=0}^{n}(\mathrm{C}_1\rho^{\chi_1} + \mathrm{C}_2\rho^{\chi_2})(\mathrm{a}_{mn}\cos\frac{\mathrm{m}\varphi}{\sqrt{A}} + b_{mn}\sin\frac{\mathrm{m}\varphi}{\sqrt{A}})(\sin\theta)^{\frac{A-1}{2}+\alpha}(\mathrm{ctg}\,\theta\left(\alpha - \frac{A+1}{2}\right)\mathrm{P}_n^{(\alpha,\alpha)}\times\\
&\times(\cos\theta) + \frac{\partial\,\mathrm{P}_n^{(\alpha,\alpha)}(\cos\theta)}{\partial\theta}),\\
&\sigma'_\varphi = A\sigma'_\rho,\ \tau'_{\rho\theta} = 0.
\end{aligned} \qquad (53)$$

Литература

1. Аннин, Б. Д. Упругопластическая задача / Б. Д. Аннин, Г. П. Черепанов. – Новосибирск: Наука, 1983. – 238 с.
2. Ефремов, В. Г. Идеальнопластическое напряженное состояние тел вблизи сферической полости / В. Г. Ефремов // Известия РАН. – Серия МТТ. –1999. – №3. – С.70-75.
3. Ивлев, Д. Д. Метод возмущений в теории упругопластического тела / Д. Д. Ивлев, Л. В. Ершов. – М.: Наука, 1978. – 208с.
4. Ивлев, Д.Д. Теория идеальной пластичности / Д. Д. Ивлев. – М.: Наука, 1966. – 231 с.
5. Максимов, А. Н. Об определении предельного напряженного состояния в массиве, ослабленном эллипсоидальной полостью / А.Н. Максимов, В. Г. Ефремов // Вестник Чувашского государственного педагогического университета им. И. Я. Яковлева. – Чебоксары, 2001. – № 2 (21). – С.128-134.
6. Максимов, А. Н. К вопросу определения возмущенного состояния идельнопластического сжимаемого массива, ослабленного сферической полостью / А.Н. Максимов, Н.Н. Пушкаренко // Вестник Чувашского государственного педагогического университета им. И.Я. Яковлева. – Серия «Механика предельного состояния». – Чебоксары, 2016. – №3(29) – С. 112-115.
7. Максимов, А. Н. Об определении возмущенного состояния массива при условии полной пластичности / А. Н. Максимов // Вестник Чувашского государственного педагогического университета им. И.Я. Яковлева. – Серия «Механика предельного состояния». – Чебоксары, 2016. – № 4 (30) – С. 102-107.
8. Максимов, А. Н. Напряженное состояние идеальнопластического сжимаемого пространства, ослабленного сферической полостью / А. Н. Максимов // Современное состояние прикладной науки в области механики и энергетики: сборник статей ВНПК. – Чебоксары: ФГБОУ ВО Чувашская ГСХА, 2016. – С. 592-599.
9. Соколовский, В. В. Статика сыпучей среды / В. В. Соколовский. – М.:ГИТТЛ, 1954. – 276 с.
10. Семыкина, Т. Д. О трехосном растяжении упругопластического пространства, ослабленного сферической полостью / Т. Д. Семыкина // Известия АН СССР. - Серия «Механика и машиностроение». – 1963. – № 1. – С.174-177.

Сведения об авторе

Максимов Алексей Николаевич, кандидат физико-математических наук, доцент, заведующий кафедрой математики, физики и информационных технологий, Чувашская государственная сельскохозяйственная академия, 428003, Чувашская Республика, г. Чебоксары, ул. К. Маркса, 29; e-mail: alexei.maksimow@yandex.ru.(8352)453292

TO THE DETERMINATION QUESTION OF THE STRAIN STATE OF THE MASSIF IN THE LOOSENED MEDIUM

A.N. Maksimov
Chuvash State Agricultural Academy
428003, Cheboksary, Russian Federation

Abstract. *The article describes a solution way of the problem of determining the strain component in elastic and plastic areas for one of the three cases that satisfy the condition of full plasticity for compressible space weakened by a cavity.*

Keywords: *stresses; flexibility; elasticity; cavity.*

References

1. Semikina, T. D. About three axle tension of flexible and plastic area loosened by spherical cavity. Reports of SA of the USSR, Mechanics and mechanical engineering/-1963-№1. - Pp. 174-177.
2. Anin, B. D., Cherepanov G. P. Elastic and Plastic Task.- Novosibirsk: Nauka, 1983.- 238 p. (in Russian)
3. Efremov, V.G. Ideal and plastic strain condition of substances near spherical cavity. Reports of RAS, MTT.-1999.-№3.- Pp.70-75. (in Russian)
4. Maksimov, A. N., Efremov V.G. About determination of limited strain condition in a massif, loosened by ellipsoidal cavity/Bulletin of Chuvash State Pedagogical University named after I. Ja. Jakovlev. Cheboksary, 2001. No 2 (21). - Pp. 128–134. (in Russian)
5. Sokolovskiy, V. V. Statics of loosened medium. M. : GITTL, 1954. (in Russian).
6. Ivlev, D. D., Ershov L. V. Disturbing method in the theory of elastic and plastic substances. M. : Nauka, 1978. - 208 p. (in Russian).
7. Ivlev, D. D. Theory of ideal plasticity. M.: Nauka, 1966. - 231p. (in Russian).
8. Maksimov, A. N., Pushkarenko N. N. To the question of determination of disturbed condition of ideal plastic pressed massif, loosened by spherical cavity. // Bulletin of Chuvash State Pedagogical University named after I. Ja. Jakovlev. Cheboksary, 2001. No 2 (21). Pp. 128–134. (in Russian). 2016. No 3 (29). - Pp. 117–121. (in Russian)
9. Maksimov, A. N. About determination of disturbed condition of massif in the condition of full plasticity. // Bulletin of Chuvash State Pedagogical University named after I. Ja. Jakovlev. Serial: Mechanics of limited condition. Scientific journal. 2016. No 4 (30) - Pp. 102–107. (in Russian)
10. Maksimov, A. N. Strain condition of ideal plastic pressed area, loosened by spherical cavity. Contemporary condition of the applied science in the branch of mechanics and energy. Collection of articles of All-Russian science and practical conference. Cheboksary, Chuvashskaya SAA - 2016. - Pp. 592-599. (in Russian)

Information about the author

Maksimov Aleksey Nikolaevich, Candidate of Physical and Mathematical Sciences, Associate Professor, Head of Department of Mathematics, Physics and Information Technologies, Chuvash State Agricultural Academy, 428003, Chuvash Republic, Cheboksary, K. Marks str., 29; e-mail: alexei.maksimow@yandex.ru.

УДК 332.2

РЕГИОНАЛЬНЫЕ АСПЕКТЫ УПРАВЛЕНИЯ ЗЕМЕЛЬНЫМИ РЕСУРСАМИ

О.В. Евграфов, Е.И. Царегородцев, А.И. Захаров
Чувашская государственная сельскохозяйственная академия
428003, Чебоксары, Российская Федерация

Аннотация. *В статье анализируются ключевые проблемы управления земельными ресурсами на региональном уровне, рассматриваются показатели определения критериев эффективного управления земельными ресурсами с учетом интересов как государства, так и собственников земельных участков. Отмечено, что с позиции государства ключевым ориентиром является увеличение налоговых и неналоговых поступлений в бюджет всех уровней за счет вовлечения в гражданский оборот неиспользуемых земельных участков, повышение эффективности их использования, а с позиции землевладельца- сокращение потерь финансовых средств в процессе использования земельных ресурсов. Акцентировано внимание на том, что типичные цели использования земельных ресурсов – гарантированное сохранение вложенных средств, целевое использование инвестиций, выполнение условий, сопровождающих предоставление финансирования. Предложена методика расчета эффективности управления земельными ресурсами на региональном уровне с учетом производственных и экологических показателей.*

Ключевые слова: *управление земельными ресурсами, эффективность управления, показатели эффективности управления, индекс эффективности.*